树德中学高 2012 级第五期期中考试数学试题（理科）

时间：120 分钟　　满分：150 分　　命题人：王世清

一、选择题：（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把它选出来填涂在答题卡上.）

1.已知 I 为实数集，$P=\{x\,|\,x^2-2x<0\},Q=\{y\,|\,y=2^x+1,x\in R\}$, 则$P\cap(C_I Q)$ =（　　）

A．$\{x\,|\,0<x<1\}$　　B．$\{x\,|\,0<x\le 1\}$

C．$\{x\,|\,x<1\}$　　D．Φ

2. 下列说法错误的是（　　）

A．若命题 $p:\exists x\in R,x^2-x+1=0$，则 $\neg p:\forall x\in R,x^2-x+1\ne 0$

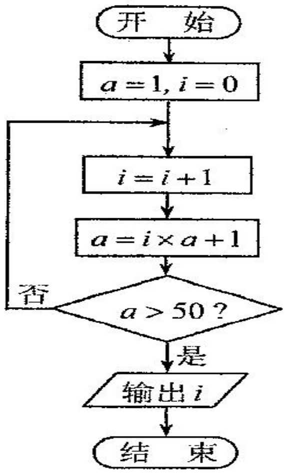
B．命题“若 $a=0$，则 $ab=0$”的否命题是：“若 $a\ne 0$，则 $ab\ne 0$”

C．若 $y=f(x)$ 为偶函数，则 $y=f(x+2)$ 的图象关于直线 $x=-2$ 对称.

D．“a=1”是“函数 $f(x)=x^2-2ax+1$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上是增函数”的充要条件.

3.阅读右面的程序框图，运行相应的程序，则输出 i 的值为（　　）

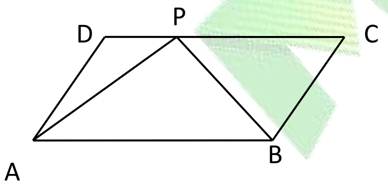
A．3　　B．4　　C．5　　D．6



4. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，已知 $|\overrightarrow{AB}|=8,|\overrightarrow{AD}|=5,\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AD}$ 的夹角为θ，且$\cos\theta=\dfrac{11}{20}$，$\overrightarrow{CP}=3\overrightarrow{PD}$,，

则 $\overrightarrow{AP}\bullet\overrightarrow{BP}$ =（　　）

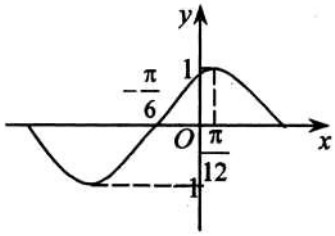
A．2　　B. 4　　C. 6　　D.　10



5. 从 8 名学生（其中男生 6 人，女生 2 人）中按性别用分层抽样的方法抽取 4 人参加 4×100 米接力比赛，若女生不排在最后一棒，则不同的安排方法种数为　（　　）

A．1440　　B．960　　C．720　　D．360

6. 函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示，将 y=f(x)的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位后得到函数 y= g(x)的图象. 则函数 y=g(x) 的单调增区间为（　　）



A. $\left[k\pi-\dfrac{\pi}{6},k\pi+\dfrac{\pi}{3}\right],k\in Z$　　B. $\left[k\pi+\dfrac{\pi}{6},k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right],k\in Z$

C. $\left[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{2\pi}{3}\right],k\in Z$　　D. $\left[k\pi+\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{5\pi}{6}\right],k\in Z$

7. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线方程是 y=$\sqrt{3}x$，它的一个焦点在抛物线 $y^2=24x$ 的准线上，则双曲线的方程为（　　）

A. $x^2-\frac{y^2}{3}=1$　　B. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{9}=1$

C. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$　　D. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$

8.已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，前 n 项和为 S_n，且 $S_n=\frac{a_n(a_n+1)}{2}$，$n\in\mathbf{N}^*$，则数列$\left\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$的前 100 项和为（　　）

A.$\frac{100}{101}$　　B.$\frac{99}{101}$　　C.$\frac{99}{100}$　　D.$\frac{101}{100}$

9. 函数 $f(x)$ 在 R 上的导函数是 $f'(x)$，若 $f(x)=f(4-x)$，且当 $x\in(-\infty,2)$ 时，$(x-2)\cdot f'(x)<0$. 角A、B、C 是锐角 ΔABC 的三个内角，下面给出四个结论：

（1）$f(\sin\frac{7\pi}{3})>f(\cos\frac{7\pi}{4})$；　（2）$f(2\log_2 3)<f(\log_{0.5}0.1)$；

（3）$f(\sin A+\sin B)>f(\cos A+\cos B)$；（4）$f(\sin B-\cos B)>f(\cos A-\sin C)$。

则上面这四个结论中一定正确的有（　　）个

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

10.函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=\begin{cases}2^{|x-1|}-1, 0<x\le 2\\ \frac{1}{2}f(x-2), x>2\end{cases}$，则函数 $g(x)=xf(x)-1$ 在 $[-6,+\infty)$ 上的所有零点之和为（　　）

A. -32　　B. 32　　C. 16　　D. 8

二、填空题：(本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.把答案填在答题卷相应的横线上.)

11. 设复数 $z_1=1+i,z_2=2+bi$,若 $\frac{z_2}{z_1}$ 为实数，则实数 b 等于__________

12.已知 $a,b\in R$，若 $(ax^2+\frac{b}{x})^6$ 的展开式中 x^3 项的系数为 160，则 a^2+b^2 的最小值为__________.

13. 已知函数 $f(x)=|\lg x|$,若$0<a<b$,且$f(a)=f(b)$.，则 $a+2b$ 的取值范围是___.

14.已知开口向上的二次函数 $f(x)=ax^2+2bx+c,(a,b,c\in R)$ 满足 $f(1)=0$，且关于 x 的方程 $f(x)-2x+3b=0$ 的两个实数根分别在区间（0，1）和（1，2）内。若向量 $\vec{m}=(1,-2),\vec{n}=(a,b)$，则 $\vec{m}\bullet\vec{n}$ 的取值范围为________________

15. 函数 $y=f(x)$ 定义域为 R，其图像是连续不断的，若存在非零实数 k 使得 $f(x+k)+kf(x)=0$ 对任意 $x\in R$ 恒成立，称 $y=f(x)$ 是一个“k 阶伴随函数”，k 称

函数 $y=f(x)$ 的“伴随值”。下列结论正确的是 ________

①$k=-1$ 是任意常数函数 $f(x)=c$ （c 为常数）的“伴随值”；

② $f(x)=x^2$ 是一个“k 阶伴随函数”；

③“1 阶伴随函数” $y=f(x)$ 是周期函数，且 1 是函数 $y=f(x)$ 的一个周期；

④ $f(x)=\sin(\pi x+\dfrac{\pi}{3})$ 是一个“k 阶伴随函数”；

⑤任意“$k(k>0)$ 阶伴随函数” $y=f(x)$ 一定存在零点。

三、解答题：（本大题共 6 小题，共 75 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤 .）

16.（本小题满分 12 分）在 ΔABC中,a,b,c 分别是角 A、B、C 的对边，$\overrightarrow{m}=(b,2a-c)$，

$\vec{n}=(2\cos^2\dfrac{B}{2}-1,\cos C)$,且 $\overrightarrow{m}//\vec{n}$ 。

（1）求角 B 的大小；

（2）设 $f(x)=\cos(\omega x-\dfrac{B}{2})+\sin\omega x,(\omega>0)$, 且$f(x)$ 的相邻两条对称轴之间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$，

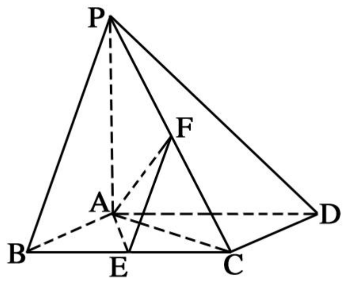
求 $f(x)$在区间$\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$上的最大值和最小值.

17.（本小题满分 12 分） 甲、乙两个篮球运动员互不影响地在同一位置投球，命中的概率分别为$\dfrac{1}{2}$与 p，且乙投球 2 次均未命中的概率为$\dfrac{1}{16}$.

（1）求乙投球的命中率 p；

（2）若甲投球 1 次，乙投球 2 次，两人共命中的次数记为ξ，求ξ的分布列和数学期望.

18.(本小题满分 12 分) 如图，已知四棱锥 P-ABCD,底面 ABCD 为菱形，PA⊥平面 ABCD,∠ABC=60°，E、F 分别是 BC、PC 的中点。



（Ⅰ）求证：AE⊥平面 PAD;

（Ⅱ）若直线 PB 与平面 PAD 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{6}}{4}$，

求二面角 E-AF-C 的余弦值.

19.（本小题满分 12 分）已知单调递增的等比数列$\{a_n\}$满足：$a_2+a_3+a_4=28$, 且 a_3+2是a_2与a_4的等差中项。

(I) 求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(II) 若$b_n=a_n\log_{\frac{1}{2}}a_n, S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$, 求使$S_n+n\cdot 2^{n+1}>50$成立的正整数 n 的最小值。

20. (本小题满分 13 分）已知椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，以原点为圆心，椭圆 C 的短半轴长为半径的圆与直线$x+y+\sqrt{2}=0$相切.

（1） 求椭圆 C 的方程；

（2） 设斜率不为零的直线l与椭圆相交于不同的两点A,B，已知点A的坐标为（$-a,0$），点$\mathrm{D}(0,y_0)$在线段AB的垂直平分线上，且$\overrightarrow{\mathrm{D}A}\bullet\overrightarrow{\mathrm{D}B}=4$，求$y_0$的值

（3）若过点 M(1,0)的直线与椭圆 C 相交于 P, Q 两点，如果$-\frac{3}{5}\le\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}\le-\frac{2}{9}$ (O 为坐标原点)，且满足$|\overrightarrow{PM}|+|\overrightarrow{MQ}|=t\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{MQ}$，求实数 t 的取值范围.

21.（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=a\ln x-ax-3(a\in R且a\neq 0)$.

（Ⅰ）求函数$f(x)$的单调区间；

（Ⅱ）若函数$y=f(x)$的图像在点$(2,f(2))$处的切线的斜率为1，问： m在什么范围取值时，对于任意的$t\in[1,2]$，函数$g(x)=x^3+x^2[\frac{m}{2}+f'(x)]$在区间$(t,3)$上总存在极值？

(Ⅲ)当$a=2$时，设函数$h(x)=(p-2)x-\frac{p+2e}{x}-3$，若在区间$[1,e]$上至少存在一个$x_0$，使得$h(x_0)>f(x_0)$成立，试求实数$p$的取值范围.

树德中学高 2012 级第五期期中考试数学试题（理科）参考答案

一、选择题：（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分.）

1.B　2.D　3.B　4.A　5.C　6.A　7.D　8.A　9.C　10.D

二、填空题：(本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.把答案填在答题卷相应的横线上.)

11. 2　12. 4 .　13. $(3,+\infty)$.　14. $(-\frac{10}{9},-\frac{1}{2})$　**15.** ①④⑤ .

三、解答题：（本大题共 6 小题，共 75 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤 .）

16.（本小题满分 12 分）

解：（1）由 $\vec{m}//\vec{n}$，得 $b\cos C=(2a-c)\cos B,\therefore b\cos C+c\cos B=2a\cos B.$

由正弦定得，得 $\sin B\cos C+\sin C\cos B=2\sin A\cos B,$ ----------------4 分

$\therefore \sin(B+C)=2\sin A\cos B.$　又 $B+C=\pi-A,$　$\therefore \sin A=2\sin A\cos B.$

又 $\sin A\neq 0,\therefore \cos B=\frac{1}{2}.$　又 $B\in(0,\pi),\therefore B=\frac{\pi}{3}.$ -----------------6 分

（2）$f(x)=\cos(\omega x-\frac{\pi}{6})+\sin\omega x=\frac{3}{2}\sin\omega x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega x=\sqrt{3}\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})$

由已知 $\frac{2\pi}{\omega}=\pi,\therefore \omega=2.$　$\therefore$　$f(x)=\sqrt{3}\sin(2x+\frac{\pi}{6}),$ -------------9 分

当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 时，$2x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}],\sin(2x+\frac{\pi}{6})\in[-\frac{1}{2},1]$

因此，当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即 $x=\frac{\pi}{6}$ 时，　$f(x)$ 取得最大值 $\sqrt{3}$；

当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{6}$，即 $x=\frac{\pi}{2}$ 时　$f(x)$ 取得最小值 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　--------------12 分

17.（本小题满分 12 分）　解：（1）设“甲投球一次命中”为事件 A，“乙投球一次命中”为事件 B，由题意得 $(1-P(B))^2=(1-p)^2=\frac{1}{16}$，解得 $p=\frac{3}{4}$ 或 $\frac{5}{4}$（舍去），

所以乙投球的命中率为 $\frac{3}{4}$　-------------------------4 分

（2）ξ 可能的取值为 0，1，2，3，故 $P(\xi=0)=P(\overline{A})P(\overline{B}\cdot\overline{B})=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{32}$，

$P(\xi=1)=P(A)P(\overline{B}\cdot\overline{B})+C_2^1P(B)P(\overline{B})P(\overline{A})=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}\right)^2+2\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{32}$，

$P(\xi=3)=P(A)P(B\cdot B)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{32}$，

$P(\xi=2)=1-P(\xi=0)-P(\xi=1)-P(\xi=3)=\frac{15}{32}$。

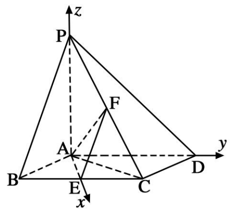
ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3

P	$\frac{1}{32}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{15}{32}$	$\frac{9}{32}$

--10 分

ξ 的数学期望 $E\xi=0\times\frac{1}{32}+1\times\frac{7}{32}+2\times\frac{15}{32}+3\times\frac{9}{32}=2$　12 分



18.(本小题满分 12 分) （Ⅰ）证明：由四边形 ABCD 为菱形，∠ABC=60°，可得△ABC 为正三角形. 因为 E 为 BC 的中点，所以 AE⊥BC.又 BC∥AD，因此 AE⊥AD.因为 PA⊥平面 ABCD，AE⊂平面 ABCD，所以 PA⊥AE.而 PA⊂平面 PAD，AD⊂平面 PAD 且 PA∩AD=A，所以　AE⊥平面 PAD　　　…………………5 分

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）知 AE，AD，AP 两两垂直，以 A 为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系 A－xyz，设 AB=2，AP=a，则 A（0,0,0），B（$\sqrt{3}$,-1,0），C（$\sqrt{3}$,1,0），D（0,2,0），P（0,0,a），E（$\sqrt{3}$,0,0），F（$\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},\frac{a}{2}$），所以 $\overrightarrow{PB}$=（$\sqrt{3}$,-1,-a），且 $\overrightarrow{AE}$=($\sqrt{3}$，0，0）为平面 PAD 的法向量，设直线 PB 与平面 PAD 所成的角为θ，

由 sinθ=|cos$<\overrightarrow{PB},\overrightarrow{AE}>$|=$\frac{|\overrightarrow{PB}\bullet\overrightarrow{AE}|}{|\overrightarrow{PB}|\bullet|\overrightarrow{AE}|}=\frac{3}{\sqrt{4+a^2}\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$　　　解得 a=2.　…………8 分

所以 $\overrightarrow{AE}=(\sqrt{3},0,0)$，$\overrightarrow{AF}=(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},1)$

设平面 AEF 的一法向量为 m=(x_1,y_1,z_1)，则 $\begin{cases} m\cdot\overrightarrow{AE}=0 \\ m\cdot\overrightarrow{AF}=0 \end{cases}$，因此 $\begin{cases} \sqrt{3}x_1=0, \\ \frac{\sqrt{3}}{2}x_1+\frac{1}{2}y_1+Z_1=0 \end{cases}$

取 z_1=-1，则 m=(0,2,-1),　　　…………　　10 分

因为 BD⊥AC，BD⊥PA，PA∩AC=A，所以 BD⊥平面 AFC，故 $\overrightarrow{BD}$ 为平面 AFC 的一法向量,

又 $\overrightarrow{BD}$=（-$\sqrt{3}$,3,0），　　　所以 cos<m, $\overrightarrow{BD}$>=$\frac{m\cdot\overrightarrow{BD}}{|m|\cdot\overrightarrow{BD}}=\frac{2\times3}{\sqrt{5}\times\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{15}}{5}$.

因为二面角 E-AF-C 为锐角，所以所求二面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{5}$.……12 分

19.（本小题满分 12 分）解：　（Ⅰ）设等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1，公比为 q.

依题意，有 $2(a_3+2)=a_2+a_4$，代入 $a_2+a_3+a_4=28$，

可得 $a_3=8$，$\therefore a_2+a_4=20$，所以

$\begin{cases} a_1q^2=8, \\ a_1q+a_1q^3=20, \end{cases}$ 解之得 $\begin{cases} q=2, \\ a_1=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} q=\frac{1}{2}, \\ a_1=32. \end{cases}$　　　……4 分

又数列 $\{a_n\}$ 单调递增，所以 $q=2$，$a_1=2$，$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2^n$.　　……6 分

（Ⅱ）因为 $b_n=2^n\log_{\frac{1}{2}}2^n=-n\cdot2^n$，所以 $S_n=-(1\times2+2\times2^2+\cdots+n\cdot2^n)$，

$2S_n=-[1\times2^2+2\times2^3+\cdots+(n-1)\cdot2^n+n\cdot2^{n+1}]$，　　　……8 分

两式相减，得 $S_n=2+2^2+2^3+\cdots+2^n-n\cdot2^{n+1}=2^{n+1}-2-n\cdot2^{n+1}$.

$\therefore S_n+n\cdot2^{n+1}>50$ 即 $2^{n+1}-2>50$，即 $2^{n+1}>52$.　　　……10 分

易知：当 $n\le4$ 时，$2^{n+1}\le2^5=32<52$，当 $n\ge5$ 时，$2^{n+1}\ge2^6=64>52$.

故使 $S_n+n\cdot 2^{n+1}>50$ 成立的正整数 n 的最小值为 5. ……12 分

20. (本小题满分 13 分）解：(1) 由题可得：$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

∵ 以原点为圆心，椭圆 C 的短半轴长为半径的圆与直线 $x+y+\sqrt{2}=0$ 相切，

∴ $\frac{|0+0+\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2+1^2}}=b$，解得 b=1. 再由 $a^2=b^2+c^2$，可解得：a=2.

∴ 椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ………………………………4 分

(2) 由 (1) 可知 A (-2,0)。设 B 点的坐标为 (x_3,y_3)，直线 l 的斜率为 k ($k\neq 0$)，则直线 l 的方程为 y=k(x+2)，于是 A,B 两点的坐标满足方程组 $\begin{cases} y=k(x+2) \\ \frac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases}$ 由方程组消去 y 并整理，得

$(1+4k^2)x^2+16k^2x+(16k^2-4)=0$ ∴ $-2x_3=\frac{16k^2-4}{1+4k^2}$， ∴

$x_3=\frac{2-8k^2}{1+4k^2}$，从而 $y_3=\frac{4k}{1+4k^2}$，设线段 AB 的中点为 E，则 E 的坐标为 $(-\frac{8k^2}{1+4k^2},\frac{2k}{1+4k^2})$

∵ $K\neq 0$ 时，∴ 线段 AB 的垂直平分线方程为 $y-\frac{2k}{1+4k^2}=-\frac{1}{k}(x+\frac{8k^2}{1+4k^2})$ 令 x=0，解得

$y_0=\frac{6k}{1+4k^2}$ 由 $\overrightarrow{DA}=(-2,-y_0),\overrightarrow{DB}=(x_3,y_3-y_0)$

∴ $\overrightarrow{DA}\bullet\overrightarrow{DB}=-2x_3-y_0(y_3-y_0)=\frac{-2(2-8k^2)}{1+4k^2}+\frac{6k}{1+4k^2}(\frac{4k}{1+4k^2}+\frac{6k}{1+4k^2})$

$=\frac{4(16k^4+15k^2-1)}{(1+4k^2)^2}=4$

整理得 $7k^2=2$，故 $k=\pm\frac{\sqrt{14}}{7}$ 所以 $y_0=\pm\frac{2\sqrt{14}}{5}$ ……………… 8 分

(3) 当直线的斜率为 0 时，$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=-4\notin[-\frac{3}{5}，-\frac{2}{9}]$，不成立；

∵ 直线的斜率不为 0，设 $P(x_1,y_1)(y_1>0)$，$Q(x_2,y_2)(y_2<0)$，

直线的方程可设为：x=my+1，

代入椭圆方程 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 得：$(m^2+4)y^2+2my-3=0$

∴ $y_1+y_2=\frac{-2m}{m^2+4}$，$y_1y_2=\frac{-3}{m^2+4}$，

而 $x_1x_2=(my_1+1)(my_2+1)=\frac{4-4m^2}{m^2+4}$，∴ $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=x_1x_2+y_1y_2=\frac{1-4m^2}{m^2+4}$，

即 $-\frac{3}{5}\leqslant\frac{1-4m^2}{m^2+4}\leqslant-\frac{2}{9}$，解得 $\frac{1}{2}\leqslant m^2\leqslant 1$；

∵ $|\overrightarrow{PM}|=\sqrt{(x_1-1)^2+y_1^2}=\sqrt{m^2+1}\cdot y_1$；$|\overrightarrow{MQ}|=\sqrt{(x_2-1)^2+y_2^2}=-\sqrt{m^2+1}\cdot y_2$；

又∵ $|\overrightarrow{PM}|+|\overrightarrow{MQ}|=t\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{MQ}=t|\overrightarrow{PM}|\cdot|\overrightarrow{MQ}|$，

$\therefore\ t=\frac{1}{|\overrightarrow{MQ}|}+\frac{1}{|\overrightarrow{PM}|}=\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}(\frac{1}{y_1}-\frac{1}{y_2})=\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}\cdot\frac{y_2-y_1}{y_1\cdot y_2}$

$=\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}\cdot\frac{-\sqrt{(y_2+y_1)^2-4y_1y_2}}{y_1\cdot y_2}=\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}\cdot\frac{4\sqrt{m^2+3}}{3}=\frac{4}{3}\sqrt{\frac{m^2+3}{m^2+1}}=\frac{4}{3}\sqrt{1+\frac{2}{m^2+1}}$,

$\therefore$ 当 $\frac{1}{2}\leqslant m^2\leqslant 1$ 时，解得 $\frac{4\sqrt{2}}{3}\leqslant t\leqslant\frac{4\sqrt{21}}{9}$. …………………13 分

21.（本小题满分 14 分）解：（Ⅰ）由 $f'(x)=\frac{a(1-x)}{x}\quad(x>0)$ 知：

当 $a>0$ 时，函数 $f(x)$ 的单调增区间是 $(0,1)$，单调减区间是 $(1,+\infty)$；

当 $a<0$ 时，函数 $f(x)$ 的单调增区间是 $(1,+\infty)$，单调减区间是 $(0,1)$；………………4 分

（Ⅱ）由 $f'(2)=-\frac{a}{2}=1$ 得 $a=-2$

$\therefore f(x)=-2\ln x+2x-3$，$f'(x)=2-\frac{2}{x}$. ……………………5 分

$g(x)=x^3+x^2\left[\frac{m}{2}+f'(x)\right]=x^3+(2+\frac{m}{2})x^2-2x$

$\therefore g'(x)=3x^2+(4+m)x-2$，$\because$ 函数 $g(x)$ 在区间 $(t,3)$ 上总存在极值，

$\therefore g'(x)=0$ 有两个不等实根且至少有一个在区间 $(t,3)$

又$\because$函数 $g'(x)$ 是开口向上的二次函数，且 $g'(0)=-2<0$，

$\therefore\begin{cases}g'(t)<0\\g'(3)>0\end{cases}$ …………7 分

由 $g'(t)<0$ 得 $m<\frac{2}{t}-3t-4$，$\because H(t)=\frac{2}{t}-3t-4$ 在 $[1,2]$ 上单调递减，

所以 $H(t)_{\min}=H(2)=-9$；$\therefore m<-9$，由 $g'(3)=27+3(4+m)-2>0$，解得 $m>-\frac{37}{3}$；

综上得：$-\frac{37}{3}<m<-9$ 所以当 m 在 $(-\frac{37}{3},-9)$ 内取值时，对于任意 $t\in[1,2]$，函数

$g(x)=x^3+x^2[\frac{m}{2}+f'(x)]$，在区间 $(t,3)$ 上总存在极值 . ………9 分

（Ⅲ）$\because a=2,\therefore f(x)=2\ln x-2x-3$. 令 $F(x)=h(x)-f(x)$，则

$F(x)=(p-2)x-\frac{p+2e}{x}-3-2\ln x+2x+3=px-\frac{p}{x}-\frac{2e}{x}-2\ln x$.

①. 当 $p\leq 0$ 时，由 $x\in[1,e]$ 得 $px-\frac{p}{x}\leq 0,-\frac{2e}{x}-2\ln x<0$，从而 $F(x)<0$，

所以，在 $[1,e]$ 上不存在 x_0 使得 $h(x_0)>f(x_0)$；……………………………………………11 分

②. 当 $p>0$ 时，$F'(x)=\frac{px^2-2x+p+2e}{x^2},\because x\in[1,e],\therefore 2e-2x\geq 0$，

$px^2+p>0,F'(x)>0$ 在 $[1,e]$ 上恒成立，故 $F(x)$ 在 $[1,e]$ 上单调递增。

$\therefore F(x)_{\max}=F(e)=pe-\frac{p}{e}-4$

故只要 $pe-\frac{p}{e}-4>0$，解得 $p>\frac{4e}{e^2-1}$

综上所述，p 的取值范围是 $(\frac{4e}{e^2-1},+\infty)$ ……………………………………14 分