



让家庭教育升级，帮学生实现梦想

2017 成都二诊理科数学答案



咨询热线：400-6171-311

成都市 2014 级高中毕业班第二次诊断性检测

数学(理科)参考答案及评分标准

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:(每小题 5 分,共 60 分)

1. D; 2. A; 3. B; 4. A; 5. D; 6. C;
7. B; 8. C; 9. D; 10. C; 11. D; 12. A.

第Ⅱ卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:(每小题 5 分,共 20 分)

$$13. -2; \quad 14. 32.8; \quad 15. 4; \quad 16. \frac{2n}{n+1}.$$

三、解答题：(共 70 分)

17. 解:(I) 在 $\triangle BEC$ 中, 据正弦定理, 有 $\frac{BE}{\sin \angle BCE} = \frac{CE}{\sin B}$ 2 分

$$\therefore \angle B = \frac{2\pi}{3}, BE = 1, CE = \sqrt{7},$$

(Ⅱ)由平面几何知识,可知 $\angle DEA = \angle BCE$.

在 $Rt\triangle AED$ 中, $\because \angle A = \frac{\pi}{2}$, $AE = 5$,

$$\therefore \cos \angle DEA = \sqrt{1 - \sin^2 \angle DEA} = \sqrt{1 - \frac{3}{28}} = \frac{5\sqrt{7}}{14}.$$

在 $\triangle CED$ 中, 据余弦定理, 有

$$CD^2 = CE^2 + DE^2 - 2CE \cdot DE \cdot \cos\angle CED = 7 + 28 - 2 \times \sqrt{7} \times 2\sqrt{7} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 49.$$

$\therefore CD = 7$. -----12分

18. 解：(I) 记“至少有一个大于 600”为事件 A.

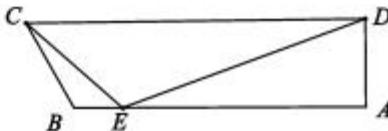
$$\therefore b = \frac{-1 \times 1 + 3 \times 5 + (-5) \times (-3) + 7 \times (-1) + (-4) \times (-2)}{(-1)^2 + 3^2 + (-5)^2 + 7^2 + (-4)^2} = \frac{30}{100} = 0.3.$$

.....8分

$$\therefore \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 600 - 0.3 \times 556 = 433.2,$$

∴ 线性回归方程为 $\hat{y} = 0.3x + 433.2$.

当 $x = 570$ 时, $\hat{y} = 0.3 \times 570 + 433.2 = 604.2$.



∴ 当 $x = 570$ 时, 特征量 y 的估计值为 604.2. 12 分

19. 解:(I) 如图, 作 $GM \parallel CD$, 交 BC 于点 M , 连接 MF .
 作 $BH \parallel AD$, 交 GM 于 N , 交 DC 于 H .

∴ $EF \parallel CD$, ∴ $GM \parallel EF$.

∴ $GN = AB = 3$, $HC = 9$.

∴ $AB \parallel GM \parallel DC$,

$$\therefore \frac{NM}{HC} = \frac{BM}{BC} = \frac{AG}{AD} = \frac{2}{3}.$$

∴ $NM = 6$.

$$\therefore GM = GN + NM = 9.$$

∴ $GM \not\parallel EF$ 4 分

∴ 四边形 $GMFE$ 为平行四边形.

∴ $GE \parallel MF$.

又 $MF \subset$ 平面 BCF , $GE \not\subset$ 平面 BCF ,

∴ $GE \parallel$ 平面 BCF 6 分

(II) ∵ 平面 $ADE \perp$ 平面 $CDEF$, $AD \perp DE$, $AD \subset$ 平面 ADE ,

∴ $AD \perp$ 平面 $CDEF$.

以 D 为坐标原点, DC 为 x 轴, DE 为 y 轴, DA 为 z 轴建立如图所示的空间直角坐标系 $Dxyz$.

∴ $E(0, 4, 0)$, $F(9, 4, 0)$, $C(12, 0, 0)$, $B(3, 0, 4\sqrt{3})$.

$$\therefore \overrightarrow{EF} = (9, 0, 0), \overrightarrow{EB} = (3, -4, 4\sqrt{3}).$$

设平面 EBF 的法向量 $\mathbf{n}_1 = (x_1, y_1, z_1)$.

$$\text{由 } \begin{cases} \mathbf{n}_1 \cdot \overrightarrow{EF} = 0 \\ \mathbf{n}_1 \cdot \overrightarrow{EB} = 0 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} 9x_1 = 0 \\ 3x_1 - 4y_1 + 4\sqrt{3}z_1 = 0 \end{cases}.$$

取 $y_1 = \sqrt{3}$, 得 $\mathbf{n}_1 = (0, \sqrt{3}, 1)$ 8 分

$$\text{同理, } \overrightarrow{FC} = (3, -4, 0), \overrightarrow{FB} = (-6, -4, 4\sqrt{3}).$$

设平面 BCF 的法向量 $\mathbf{n}_2 = (x_2, y_2, z_2)$.

$$\text{由 } \begin{cases} \mathbf{n}_2 \cdot \overrightarrow{FC} = 0 \\ \mathbf{n}_2 \cdot \overrightarrow{FB} = 0 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} 3x_2 - 4y_2 = 0 \\ -6x_2 - 4y_2 + 4\sqrt{3}z_2 = 0 \end{cases}.$$

取 $x_2 = 4$, 得 $\mathbf{n}_2 = (4, 3, 3\sqrt{3})$ 10 分

$$\therefore \cos < \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2 > = \frac{\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} = \frac{0 \times 4 + \sqrt{3} \times 3 + 1 \times 3\sqrt{3}}{2 \times \sqrt{16 + 9 + 27}} = \frac{6\sqrt{3}}{2 \times 2\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{39}}{26}.$$

..... 11 分

∴ 二面角 $E-BF-C$ 为钝二面角,

∴ 二面角 $E-BF-C$ 的余弦值为 $-\frac{3\sqrt{39}}{26}$ 12 分

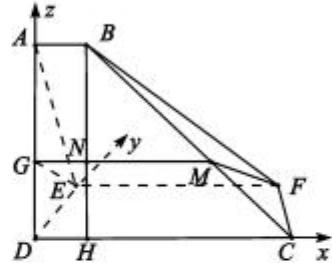
20. 解:(I) ∵ 直线 l 与 $\odot O$ 相切, ∴ $\frac{|m|}{\sqrt{k^2 + 1}} = r$.

$$\text{由 } k = -\frac{1}{2}, r = 1, \text{ 解得 } |m| = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

∴ 点 A , B 都在坐标轴正半轴上,

$$\therefore l: y = -\frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

∴ 切线 l 与坐标轴的交点为 $\left(0, \frac{\sqrt{5}}{2}\right), (\sqrt{5}, 0)$.



$$\begin{aligned}\therefore M(a) &= f(n) - f(m) = \left(a \ln n - n + \frac{1}{n} \right) - \left(a \ln m - m + \frac{1}{m} \right) \\ &= a \ln \frac{n}{m} + (m - n) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{m} \right).\end{aligned}$$

将 $a = m + n = \frac{1}{n} + n$, $m = \frac{1}{n}$ 代入上式, 消去 a , m 得

$$\because 2 < a \leq e + \frac{1}{e}, \quad \therefore \frac{1}{n} + n \leq e + \frac{1}{e}, \quad n > 1.$$

据 $y = x + \frac{1}{x}$ 在 $x \in (1, +\infty)$ 上单调递增, 得 $n \in (1, e]$ 9 分

$$设 h(x) = 2\left(\frac{1}{x} + x\right)\ln x + 2\left(\frac{1}{x} - x\right), x \in (1, e].$$

$$h'(x) = 2\left(-\frac{1}{x^2} + 1\right)\ln x + 2\left(\frac{1}{x} + x\right)\frac{1}{x} + 2\left(-\frac{1}{x^2} - 1\right) = 2\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)\ln x, \quad x \in (1, e).$$

$\therefore h'(x) > 0$, 即 $h(x)$ 在 $(1, e]$ 上单调递增.

$$\therefore [h(x)]_{\max} = h(e) = 2\left(e + \frac{1}{e}\right) + 2\left(\frac{1}{e} - e\right) = \frac{4}{e}.$$

$\therefore M(a)$ 存在最大值为 $\frac{4}{e}$ 12 分

解：(1) 曲线 C 的普通方程为

曲线 C 的极坐标方程为 $(\rho \cos \theta)^2 + (\rho \sin \theta - 2)$

化简,得 $\rho = 4\sin\theta$.

— 1 —

由 $\rho = 2\sqrt{3}$, 得 $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\therefore \theta = \frac{2\pi}{3}.$$

.....12分

(II) 射线 OA 的极坐标方程为 $\theta = \frac{2\pi}{3}$,

直线 l 的普通方程为 $x + \sqrt{3}y - 4\sqrt{3} = 0$.

∴ 直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta + \sqrt{3}\rho\sin\theta - 4\sqrt{3} = 0$.

$$\text{联立 } \begin{cases} \theta = \frac{2\pi}{3} \\ \rho \cos \theta + \sqrt{3} \rho \sin \theta - 4\sqrt{3} = 0 \end{cases}, \text{解得 } \rho = 4\sqrt{3}.$$

$$23. \text{解:} (I) f\left(x + \frac{3}{2}\right) = 4 - \left|x + \frac{3}{2}\right| - \left|x - \frac{3}{2}\right| \geqslant 0.$$

根据绝对值的几何意义,得

$|x + \frac{3}{2}| + |x - \frac{3}{2}|$ 表示点 $(x, 0)$ 到 $A\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 两点距离之和.

接下来找到到 A , B 距离之和为 4 的点.

将点 A 向左移动 $\frac{1}{2}$ 个单位到点 $A_1(-2, 0)$,这时有 $|A_1A| + |A_1B| = 4$;

同理，将点 B 向右移动 $\frac{1}{2}$ 个单位到点 $B_1(2,0)$ ，这时有 $|B_1A| + |B_1B| = 4$ 。

$\therefore \left| x + \frac{3}{2} \right| + \left| x - \frac{3}{2} \right| \leqslant 4$ ，即 $f(x + \frac{3}{2}) \geqslant 0$ 的解集为 $[-2, 2]$ 。 5 分

(II) 令 $a_1 = \sqrt{3p}$ ， $a_2 = \sqrt{2q}$ ， $a_3 = \sqrt{r}$ 。

由柯西不等式，得

$$\left[\left(\frac{1}{a_1} \right)^2 + \left(\frac{1}{a_2} \right)^2 + \left(\frac{1}{a_3} \right)^2 \right] \cdot (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2) \geqslant \left(\frac{1}{a_1} \cdot a_1 + \frac{1}{a_2} \cdot a_2 + \frac{1}{a_3} \cdot a_3 \right)^2.$$

$$\text{即 } \left(\frac{1}{3p} + \frac{1}{2q} + \frac{1}{r} \right) (3p + 2q + r) \geqslant 9.$$

$$\therefore \frac{1}{3p} + \frac{1}{2q} + \frac{1}{r} = 4,$$

$$\therefore 3p + 2q + r \geqslant \frac{9}{4}.$$

上述不等式当且仅当 $\frac{1}{3p} = \frac{1}{2q} = \frac{1}{r} = \frac{4}{3}$ ，即 $p = \frac{1}{4}$ ， $q = \frac{3}{8}$ ， $r = \frac{3}{4}$ 时，取等号。

$\therefore 3p + 2q + r$ 的最小值为 $\frac{9}{4}$ 。 10 分

