



让家庭教育升级，帮学生实现梦想

2017 成都二诊理科数学试题



咨询热线：400-6171-311

成都市 2014 级高中毕业班第二次诊断性检测

数学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 2 页,第 II 卷(非选择题)3 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- (1) 设集合 $A = [-1, 2]$, $B = \{y \mid y = x^2, x \in A\}$, 则 $A \cap B =$
(A) $[1, 4]$ (B) $[1, 2]$ (C) $[-1, 0]$ (D) $[0, 2]$
- (2) 若复数 $z_1 = a + i$ ($a \in \mathbb{R}$), $z_2 = 1 - i$, 且 $\frac{z_1}{z_2}$ 为纯虚数, 则 z_1 在复平面内所对应的点位于
(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
- (3) 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3 = 6$, $a_3 + a_5 + a_7 = 78$, 则 $a_5 =$
(A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 36
- (4) 已知平面向量 a , b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 且 $|a| = 1$, $|b| = \frac{1}{2}$, 则 $a + 2b$ 与 b 的夹角是
(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{5\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{3\pi}{4}$
- (5) 若曲线 $y = \ln x + ax^2$ (a 为常数) 不存在斜率为负数的切线, 则实数 a 的取值范围是
(A) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ (B) $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ (C) $(0, +\infty)$ (D) $[0, +\infty)$
- (6) 若实数 x , y 满足不等式 $\begin{cases} 2x + y + 2 \geqslant 0 \\ x + y - 1 \leqslant 0 \\ y \geqslant m \end{cases}$, 且 $x - y$ 的最大值为 5, 则实数 m 的值为
(A) 0 (B) -1 (C) -2 (D) -5

- (7) 已知 m, n 是空间中两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 且 $m \subset \alpha, n \subset \beta$. 有下列命题: ①若 $\alpha // \beta$, 则 $m // n$; ②若 $\alpha // \beta$, 则 $m // \beta$; ③若 $\alpha \cap \beta = l$, 且 $m \perp l$, $n \perp l$, 则 $\alpha \perp \beta$; ④若 $\alpha \cap \beta = l$, 且 $m \perp l, m \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$. 其中真命题的个数是
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

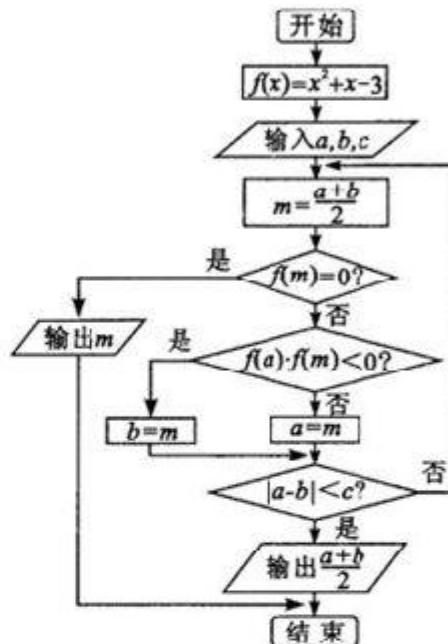
- (8) 已知函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) 的反函数的图象经过点 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2})$. 若函数 $g(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 当 $x \in [-2, 2]$ 时, 有 $g(x) = f(x)$, 且函数 $g(x+2)$ 为偶函数. 则下列结论正确的是

- (A) $g(\pi) < g(3) < g(\sqrt{2})$
 (B) $g(\pi) < g(\sqrt{2}) < g(3)$
 (C) $g(\sqrt{2}) < g(3) < g(\pi)$
 (D) $g(\sqrt{2}) < g(\pi) < g(3)$

- (9) 执行如图所示的程序框图,若输入的 a, b, c 分别为 1, 2, 0.3, 则输出的结果为

- (10) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + 2\varphi) - 2\sin\varphi\cos(\omega x + \varphi)$
 $(\omega > 0, \varphi \in \mathbf{R})$ 在 $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ 上单调递减，则 ω 的取值范围是

- (A) $(0, 2]$ (B) $(0, \frac{1}{2}]$
 (C) $[\frac{1}{2}, 1]$ (D) $[\frac{1}{2}, \frac{5}{4}]$

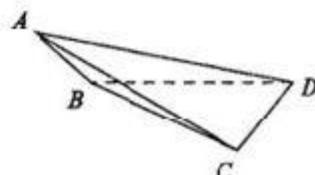


- (11) 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 以 F_1F_2 为直径的圆与双曲线左支的一个交点为 P . 若以 OF_1 (O 为坐标原点) 为直径的圆与 PF_2 相切, 则双曲线 C 的离心率为

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\frac{-3 + 6\sqrt{2}}{4}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{3 + 6\sqrt{2}}{7}$

- (12) 把平面图形 M 上的所有点在一个平面上的射影构成的图形 M' 叫做图形 M 在这个平面上的射影. 如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $BD \perp CD$, $AB \perp DB$, $AC \perp DC$, $AB = DB = 5$, $CD = 4$. 将围成三棱锥的四个三角形的面积从小到大依次记为 S_1, S_2, S_3, S_4 , 设面积为 S_2 的三角形所在的平面为 α , 则面积为 S_4 的三角形在平面 α 上的射影的面积是

- (A) $2\sqrt{34}$ (B) $\frac{25}{2}$ (C) 10 (D) 30



第Ⅱ卷(非选择题,共 90 分)

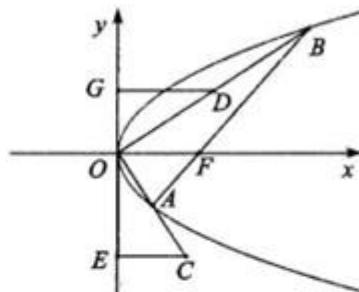
二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

(13) 在二项式 $(ax^2 + \frac{1}{\sqrt{x}})^5$ 的展开式中,若常数项为 -10, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

(14) 在一个容量为 5 的样本中,数据均为整数,已测出其平均数为 10,但墨水污损了两个数据,其中一个数据的十位数字 1 未被污损,即 9,10,11,1\underline{\hspace{2cm}},那么这组数据的方差 s^2 可能的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(15) 如图,抛物线 $y^2 = 4x$ 的一条弦 AB 经过焦点 F ,取线段 OB 的中点 D ,延长 OA 至点 C ,使 $|OA| = |AC|$,过点 C , D 作 y 轴的垂线,垂足分别为点 E , G ,则 $|EG|$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(16) 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_n = \frac{n^2}{n^2 - 1} a_{n-1}$ ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$),
则数列 $\left\{\frac{a_n}{n^2}\right\}$ 的前 n 项和 $T_n = \underline{\hspace{2cm}}$.



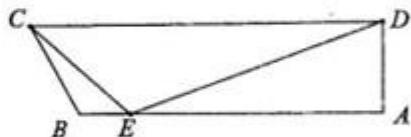
三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17)(本小题满分 12 分)

如图,在平面四边形 $ABCD$ 中,已知 $\angle A = \frac{\pi}{2}$, $\angle B = \frac{2\pi}{3}$, $AB = 6$. 在 AB 边上取点 E ,使得 $BE = 1$,连接 EC , ED . 若 $\angle CED = \frac{2\pi}{3}$, $EC = \sqrt{7}$.

(I) 求 $\sin \angle BCE$ 的值;

(II) 求 CD 的长.



(18)(本小题满分 12 分)

某项科研活动共进行了 5 次试验,其数据如下表所示:

特征量	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次
x	555	559	551	563	552
y	601	605	597	599	598

(I) 从 5 次特征量 y 的试验数据中随机地抽取两个数据,求至少有一个大于 600 的概率;

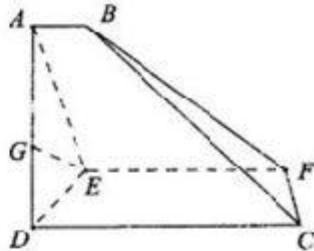
(II) 求特征量 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$; 并预测当特征量 x 为 570 时特征量 y 的值.

(附: 回归直线的斜率和截距的最小二乘法估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$,

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

(19)(本小题满分 12 分)

如图, 已知梯形 $CDEF$ 与 $\triangle ADE$ 所在平面垂直, $AD \perp DE$, $CD \perp DE$, $AB \parallel CD \parallel EF$, $AE = 2DE = 8$, $AB = 3$, $EF = 9$, $CD = 12$, 连接 BC , BF .



(I) 若 G 为 AD 边上一点, $DG = \frac{1}{3}DA$,

求证: $EG \parallel$ 平面 BCF ;

(II) 求二面角 $E-BF-C$ 的余弦值.

(20)(本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 圆 $O: x^2 + y^2 = r^2$ ($0 < r < b$). 若圆 O 的一条切线 $l: y = kx + m$ 与椭圆 E 相交于 A , B 两点.

(I) 当 $k = -\frac{1}{2}$, $r = 1$ 时, 若点 A , B 都在坐标轴的正半轴上, 求椭圆 E 的方程;

(II) 若以 AB 为直径的圆经过坐标原点 O , 探究 a , b , r 之间的等量关系, 并说明理由.

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x - x + \frac{1}{x}$, 其中 $a > 0$.

(I) 若 $f(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 上存在极值点, 求 a 的取值范围;

(II) 设 $x_1 \in (0, 1)$, $x_2 \in (1, +\infty)$, 若 $f(x_2) - f(x_1)$ 存在最大值, 记为 $M(a)$, 则当 $a \leq e + \frac{1}{e}$ 时, $M(a)$ 是否存在最大值? 若存在, 求出其最大值; 若不存在, 请说明理由.

请考生在第(22)、(23)题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

(22)(本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\alpha \\ y = 2 + 2\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数), 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = 3 + \frac{1}{2}t \end{cases}$ (t 为参数). 在以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中, 过极点 O 的射线与曲线 C 相交于不同于极点的点 A , 且点 A 的极坐标为 $(2\sqrt{3}, \theta)$, 其中 $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$.

(I) 求 θ 的值;

(II) 若射线 OA 与直线 l 相交于点 B , 求 $|AB|$ 的值.

(23)(本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = 4 - |x| - |x - 3|$.

(I) 求不等式 $f(x + \frac{3}{2}) \geq 0$ 的解集;

(II) 若 p, q, r 为正实数, 且 $\frac{1}{3p} + \frac{1}{2q} + \frac{1}{r} = 4$, 求 $3p + 2q + r$ 的最小值.



让家庭教育升级，帮学生实现梦想



咨询热线：400-6171-311