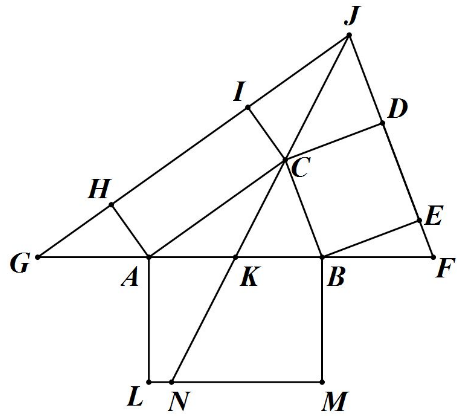
2018成都名校自主招生预测试题二

考试时间：180分钟　满分：150分　　　　命题人：万杰

一、填空题（本大题共15小题，每题6分，共90分）

1、（原创）方程$1024x^6+192x^5+24x^3+3x-2=0$的实数根为____________.

2、（原创）在ΔABC中，$\angle ABC=75°$，以BC为边向外作正方形$BCDE$，直线DE与AB延长线交于F，在BA延长线上取一点G，使$AG=BF$，过G作AC的平行线交ED延长线于J，延长JC至N，交AB于K，使得$KN=JC$，若$BF=4$，则矩形$ABML$的面积为______________.



3、（原创）代数式$xy(x-2)(y+6)+13x^2-26x+3y^2-6y+108$的最小值为___________.

4、（原创）已知m、n为正整数，若$m^2+mn^2-3m-5n^2=360$，则$m+n=$___________.

5、（原创）方程$x^2+\sqrt{21}x=2+\cfrac{35}{2+\cfrac{35}{2+\cfrac{35}{2+\cfrac{35}{2+\cfrac{35}{x^2+\sqrt{21}x}}}}}$所有根的绝对值之和为_______.

6、（原创）如果$x\ge 0$并且$x\ne 3$，则$(\frac{1}{x^3-27}+\frac{1}{x^4-81})(x^2-9)$的最大值为___________.

7、方程$\left[x^2-2mx-4(m^2+1)\right]\left[x^2-4x-2m(m^2+1)\right]=0$有三个不同的实数根（如果两个根相等，算一个根），则$m=$_______________.

8、（原创）已知a、b、c是方程$x^3-2x^2+x-17=0$的三个根，则

$\left[1+\frac{3}{(a-2)^2}\right]\left[1+\frac{3}{(b-2)^2}\right]\left[1+\frac{3}{(c-2)^2}\right]$的值为____________.

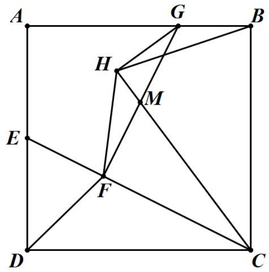
9、（原创）已知正实数a、b、c、d满足$\begin{cases} a^2+d^2-ad=b^2+c^2+bc \\ a^2+b^2-\sqrt{2}ab=c^2+d^2+\sqrt{2}cd \end{cases}$，则代数式

$\frac{ab+cd}{ad+bc}=$____________.

10、已知三个非零实数 a、b、c 满足

$$\begin{cases} a^2+b^2=c^2 \\ 2(a^3+b^3+c^3)=ab(3a+3b-4c)+bc(3b+3c-4a)+ca(3c+3a-4b) \end{cases}$$，则 $\dfrac{a+b}{c}$ 的值为_______.

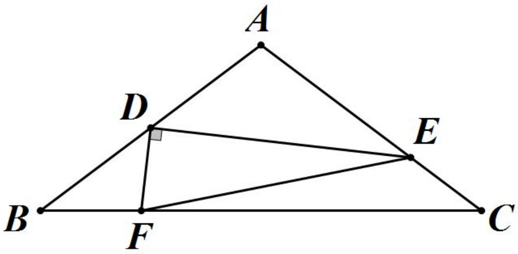
11、如图，正方形 $ABCD$ 中，$AB=4$，E 为 AD 中点，连接 CE，F 为 CE 上一点，且 $CF=\sqrt{5}+1$，过点 F 作 $FG\perp CE$ 交 AB 于 G，连接 DF，将△CDF 沿着 CE 翻折得到△CHF，CH 与 FG 相交于 M，连接 GH，则四边形 $CHGB$ 的面积为__________.



12、已知 α、β、γ 为方程 $x^3+2x^2+3x+4=0$ 的三个根，则 $\dfrac{\beta+\gamma}{\alpha}+\dfrac{\alpha+\gamma}{\beta}+\dfrac{\alpha+\beta}{\gamma}=$_______.

13、（原创）已知非负实数 x、y、z、w 满足 $\begin{cases} z+w=5 \\ \sqrt{x+13+\sqrt{x-3}}+y-2\sqrt{y-4}+\dfrac{4}{z}+\dfrac{9}{w}=12 \end{cases}$，则代数式 $(x+y-5)^{zw}=$___________.

14、如图，在 ΔABC 中，$AB=AC$，点 D 是 AB 中点，以 D 为直角顶点作 $\angle EDF$，分别交 AC、BC 于点 E、F，连接 EF，若 $\tan\angle B=\dfrac{3}{4}$，$BF=2$，$EF=3\sqrt{5}$，则 $AE=$________.



15、已知 x、y、z、a、b 均为非零实数，且满足 $\dfrac{xy}{x+y}=\dfrac{1}{a^3-b^3},\dfrac{yz}{y+z}=\dfrac{1}{a^3},\dfrac{zx}{z+x}=\dfrac{1}{a^3+b^3}$，$\dfrac{xyz}{xy+yz+zx}=\dfrac{1}{12}$.则 a 的值为__________.

二、简答题（本大题共 6 小题，每题 10 分，共 60 分）

1、已知$\odot O$是ΔABC的外接圆，AB是$\odot O$的直径，过BC的中点D作$\odot O$的直径PG.

（1）如图 1，若点D是线段OP的中点，求$\angle BAC$的度数；

（2）如图 2，连接PC，取CP的中点E，连接ED，并延长ED交AB于点H，连接PH交BC于点F，求证：$PH \perp AB$；

（3）如图 3，在（2）的条件下，连接PB，过点B作$\odot O$的切线BQ交直径GP的延长线于点Q，若$\frac{DP}{PQ}=\frac{3}{5}$，$S_{\Delta DHF}=\frac{18}{5}$，求线段$AC$的长.

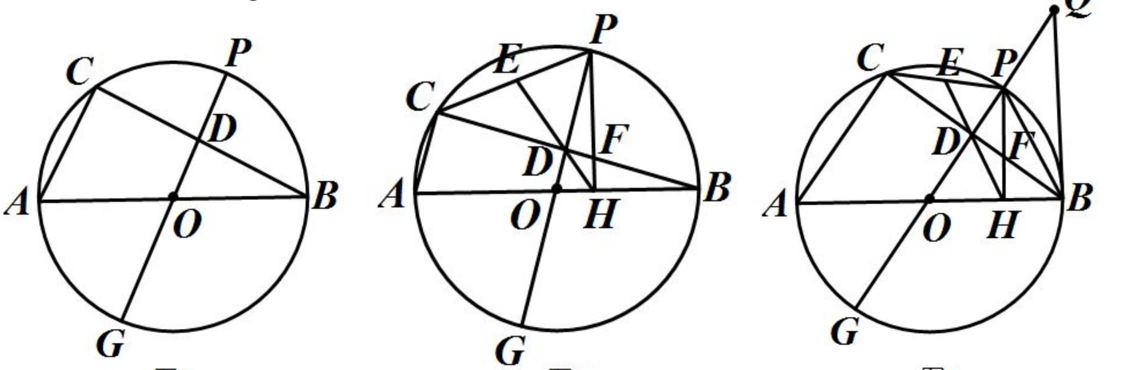
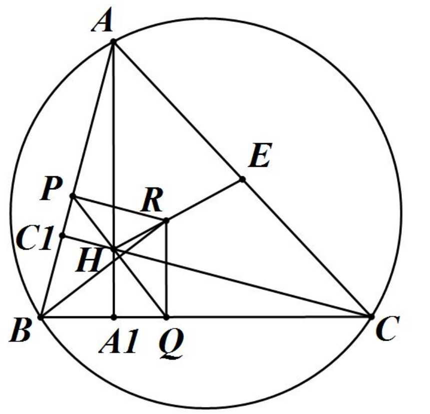


图1　　图2　　图3

2、已知$m>0$，且m为有理数，$\sqrt{m}$为无理数.求所有的正整数a、b、c，使得$\frac{\sqrt{m}a+b}{\sqrt{m}b+c}$为有理数，且$\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}=3$.

3、在非等腰ΔABC中，高AA_1、CC_1夹成的角平分线分别交AB、BC于P、Q，$\angle B$的平分线与连接ΔABC的垂心H和AC中点E的线段交于R.求证：P、B、Q、R四点共圆.

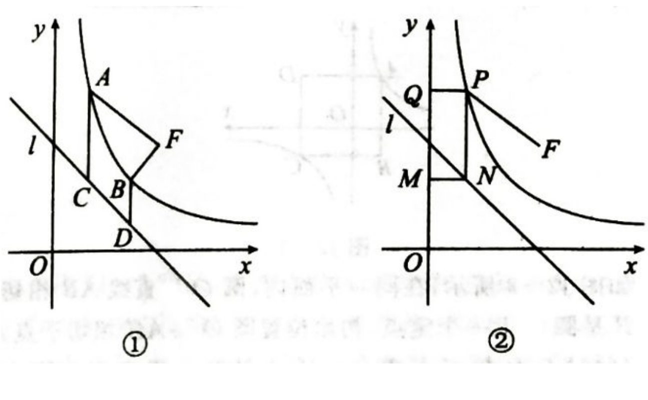


4、如图①所示，在平面直角坐标系xOy中，已知点$F(2,2)$，过函数$y=\dfrac{k}{x}$（$x>0$，常数$k>0$）图像上一点$A(\dfrac{1}{2}, a)$作y轴的平行线交直线$l: y=-x+2$于点C，且$AC=AF$.

（1）求a的值，并写出函数$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$的解析式；

（2）过函数$y=\dfrac{k}{x}$ $(x>0)$图像上任意一点B，作y轴的平行线交直线l于点D，是否总有$BD=BF$成立？请说明理由；

（3）如图②所示，若P是函数$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$图像上的动点，过点P作x轴的垂线交直线l于点N，分别过点P，N作y轴的垂线交y轴于点Q，M，问是否存在点P，使得矩形$PQMN$的周长取得最小值，若存在，请求出此时点P的坐标及矩形$PQMN$的周长；若不存在，请说明理由。



5、已知关于 x 的一元四次方程 $x^4+4x^3+(k+7)x^2+2(k+3)x+3k=0$ 有实数根.

（1）求 k 的取值范围；

（2）若方程的所有实数根的积为 -4，且 m、n 是其中两个实数根，求 $-m^3-\frac{32}{n^2}-4n+\frac{4}{n}$ 的值.

6、如图，在锐角 ΔABC 中，$\angle BAC\neq 60^\circ$，过点 B、C 分别作 ΔABC 的外接圆 $\odot O$ 的切线 BD、CE，且满足 $BD=CE=BC$．直线 DE 与 AB、AC 的延长线分别交于点 F、G．设 CF 与 BD 交于点 M，CE 与 BG 交于点 N，证明：$AM=AN$．